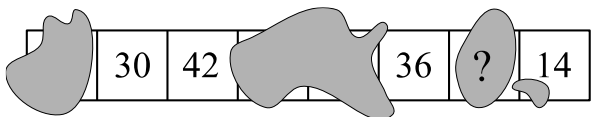


27. Полоска бумаги разделена на восемь квадратов. Первоначально в каждом квадрате было вписано число 0. За один ход мы выбираем 4 последовательных квадрата и прибавляем 1 к каждому из чисел в этих квадратах. На рисунке показан результат после нескольких ходов, но, к сожалению, несколько квадратов оказались залиты чернилами.



Какое число записано в квадрате со знаком вопроса?

- (A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 48 (E) ни одно из предыдущих

28. Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ удовлетворяет равенству $f(20 - x) = f(22 + x)$ для всех действительных x . Известно, что f имеет ровно два корня.

Чему равна сумма этих двух корней?

- (A) -1 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) ни одному из предыдущих

29. Двенадцать точек равномерно распределены по окружности.

Сколько треугольников с углом 45° можно построить, соединяя эти точки по три?

- (A) 48 (B) 60 (C) 72 (D) 84 (E) 96

30. Особенное четырёхзначное число \overline{abcd} удовлетворяет равенству $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$

Чему равно a ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



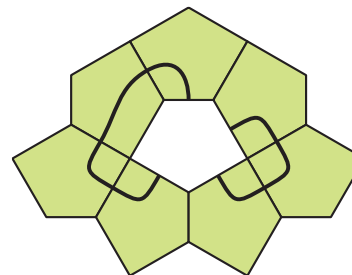
Продолжительность работы над заданием 75 минут. В каждой задаче среди ответов (A - E) только один верный. Объём и содержание задания не предполагают его полного выполнения. В задании допускаются вопросы, не входящие в программу обучения.

26 марта 2024 г.

11 класс

Задания, оцениваемые в 3 балла

1. Фигура составлена из равных пятиугольников.



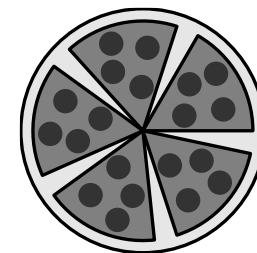
Какой из фрагментов, изображенных ниже, нужно положить в центр, чтобы получить самопересекающуюся петлю?



2. Какое из этих чисел меньше на два, чем кратное десяти, на два больше, чем квадрат, и равно удвоенному простому числу?

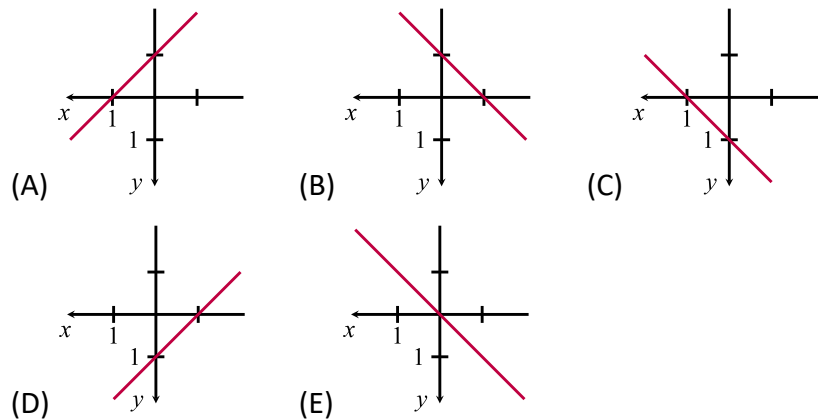
- (A) 78 (B) 58 (C) 38 (D) 18 (E) 6

3. Малика разрешила пиццу на шесть одинаковых кусков. Съев один кусок, она равномерно разложила оставшиеся куски на тарелке, как показано на рисунке. Чему равна градусная мера каждого «пробела» между кусками пиццы?



- (A) 5° (B) 8° (C) 9° (D) 10° (E) 12°

4. У Юнуса необычное хобби. Он чертит координатные плоскости, у которых положительное направление осей – влево и вниз. Как будет выглядеть график уравнения $y = x + 1$ в системе координат Юнуса?



5. Камила экспериментирует с кубиком. Вероятности выпадения 2, 3, 4 или 5, по-прежнему, равны $\frac{1}{6}$ каждая, но вероятность выпадения 6 в два раза больше вероятности выпадения 1.

Чему равна вероятность выпадения 6?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{5}{18}$

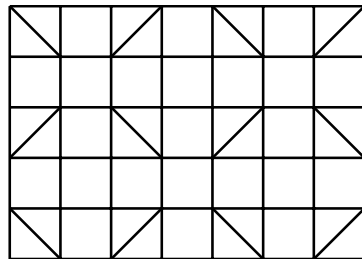
6. Какая из величин, представленных ниже, равна величине

$$16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15} ?$$

- (A) 16^{19} (B) 4^{31} (C) 4^{60} (D) 16^{60} (E) 4^{122}

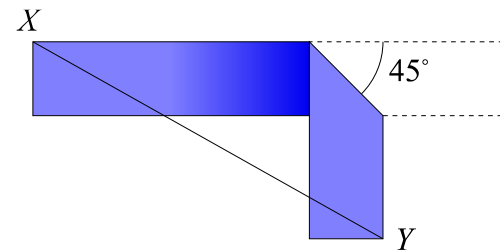
7. Бобур хочет покрасить квадраты и треугольники фигуры справа так, чтобы никакие две соседние фигуры, даже если у них только одна общая точка, не были одного цвета.

Какое наименьшее число цветов ему понадобится?



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

23. У меня есть полоска бумаги длиной 12 см и шириной 2 см. Я делаю сгиб под углом 45° , а затем заворачиваю полоску так, что две ее части оказываются под прямым углом, как показано на рисунке.



Какова наименьшая возможная длина XY , в сантиметрах?

- (A) $6\sqrt{2}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) 10 (D) 8 (E) $6 + \sqrt{2}$

24. У Розиты несколько 12-сторонних игральных костей, грани каждой из которых пронумерованы от 1 до 12. Если бросить все кости одновременно, вероятность выпадения 12 ровно один раз равна вероятности невыпадения 12. Сколько игральных костей у Розиты?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

25. Для многочлена $p(x)$ выполняется равенство $p(x + 1) = x^2 - x + 2p(6)$ для каждого действительного x .

Чему равна сумма коэффициентов p ?

- (A) -40 (B) -6 (C) 12 (D) 40 (E) ни одному из предыдущих

26. Для величин x, y и z выполняются равенства $2^x = 3, 2^y = 7$ и $6^z = 7$. Какому из следующих отношений удовлетворяют x, y и z ?

- (A) $z = \frac{y}{1+x}$ (B) $z = \frac{x}{y} + 1$ (C) $z = \frac{y}{x} - 1$
 (D) $z = \frac{x}{y-1}$ (E) $z = y - \frac{1}{x}$

19. Я записываю четырёхзначное ненулевое число $N = \overline{pqrs}$. Когда я ставлю десятичный знак между q и r , я обнаруживаю, что получившееся число $\overline{pq.r\overline{rs}}$ это среднее двух двузначных чисел \overline{pq} и \overline{rs} . Чему равна сумма цифр числа N ?

- (A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27

20. Две свечи равной длины начинают гореть одновременно и горят каждая со своей постоянной скоростью. Одна из свечей догорит через 4 часа, а вторая через 5 часов. Сколько часов они должны гореть до момента, когда первая свеча окажется в 3 раза короче второй?

- (A) $\frac{40}{11}$ (B) $\frac{45}{12}$ (C) $\frac{63}{20}$ (D) 3 (E) $\frac{47}{14}$

Задания, оцениваемые в 5 баллов

21. У Андрея шесть карт, и у каждой на обеих сторонах написано по одному числу. Пары чисел на картах (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) и (9, 10). Андрей может класть карты в любом порядке на место пустых клеток на рисунке.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

Какой наименьший результат может получить Андрей?

- (A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

22. Кенгуру решает уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, а бобёр решает уравнение $bx^2 + ax + c = 0$, где a, b, c попарно различные ненулевые целые числа. Оказывается, у уравнений есть общее решение. Что из следующего правда?

- (A) Общее решение должно быть равно 0.
 (B) У квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ровно одно действительное решение.
 (C) $a > 0$
 (D) $b < 0$
 (E) $a + b + c = 0$

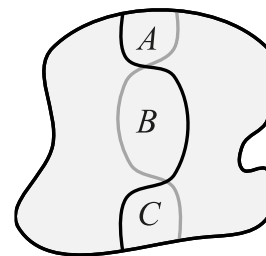
8. На столе стоят 6 стаканов. За один ход можно перевернуть ровно 4 из них. Какое минимальное число ходов нужно сделать, чтобы все стаканы оказались вверх дном?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. Ученик начал с числа 1 и умножил его или на 6, или на 10. Затем он умножил результат или на 6, или на 10, и повторил эту операцию много раз. Какой из следующих результатов он не мог получить?

- (A) $2^{100} 3^{20} 5^{80}$ (B) $2^{90} 3^{20} 5^{80}$ (C) $2^{90} 3^{20} 5^{70}$
 (D) $2^{110} 3^{80} 5^{30}$ (E) $2^{50} 5^{50}$

10. Две тропинки, серая и черная пересекают парк, как показано на рисунке.



Каждая тропинка делит парк на две части одинаковой площади. Какое из следующих выражений справедливо для площадей A , B и C ?

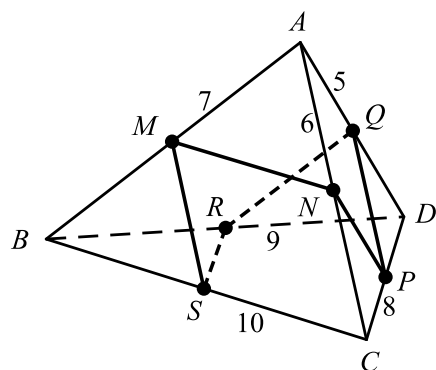
- (A) $A = C$ (B) $B = A + C$ (C) $B = \frac{1}{2}(A + C)$
 (D) $B = \frac{2}{3}(A + C)$ (E) $B = \frac{3}{5}(A + C)$

Задания, оцениваемые в 4 балла

11. Только одно из этих утверждений о некотором положительном целом числе n справедливо. Какое из утверждений верно?

- (A) n делится на 3 (B) n делится на 6
 (C) n нечетное (D) $n = 2$
 (E) n простое число

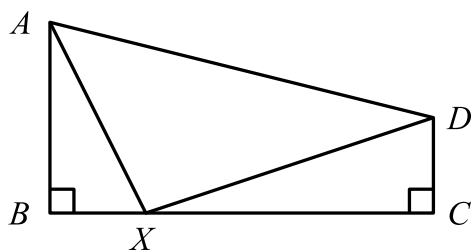
12. Длины сторон треугольной пирамиды $ABCD$, изображённой на чертеже, равны 5, 6, 7, 8, 9 и 10. Точки M, N, P, Q, R и S – середины ребер пирамиды.



Чему равен периметр замкнутой ломаной $MNPQRSM$?

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

13. У четырёхугольника $ABCD$ углы B и C прямые, $AB = 4$, $BC = 8$ и $CD = 2$. Точка X лежит на BC .



Какой наименьшей величине может быть равна сумма $AX + DX$?

- (A) $9\sqrt{2}$ (B) 12 (C) 13 (D) 10 (E) Ни одной из предыдущих

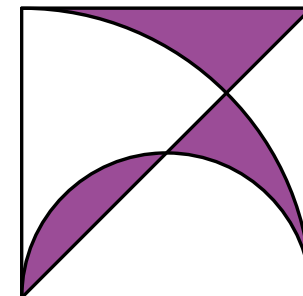
14. У Джона есть некоторое количество белых и чёрных единичных кубов, и он хочет построить куб размером $3 \times 3 \times 3$, используя 27 из них. Он хочет, чтобы ровно половина поверхности куба была белой и половина черной. Какое наименьшее число чёрных кубов он может использовать?

- (A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) Ни одно из предыдущих

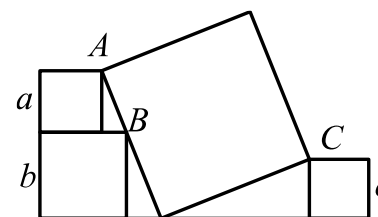
15. Диагональ, полукруг и четверть круга построены в квадрате со стороной 6 см, как показано на чертеже.

Чему равна площадь закрашенной части, измеренная в см^2 ?

- (A) 9 (B) 3π (C) $6\pi - 9$
(D) $10\pi/3$ (E) 12



16. На чертеже показаны 4 квадрата. Длины сторон меньших квадратов равны a, b и c . Вершины A и C двух меньших квадратов совпадают с концами диагонали большого квадрата. Точка B третьего меньшего квадрата лежит на стороне большого квадрата.



Какое из следующих выражений представляет длину стороны самого большого квадрата?

- (A) $\frac{1}{2}(a + b + c)$ (B) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
(C) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$ (D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$
(E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

17. p и q – положительные числа, такие что $p < q$. Какое из этих выражений наибольшее?

- (A) $\frac{p+3q}{4}$ (B) $\frac{p+2q}{3}$ (C) $\frac{p+q}{2}$ (D) $\frac{2p+q}{3}$ (E) $\frac{3p+q}{4}$

18. Сколько существует трёхзначных чисел, содержащих хотя бы одну из цифр 1, 2 и 3?

- (A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606